

# Probeklausur

## Alte Aufgaben

- **Bernoulli**
- **Fehlerfortpflanzung**

# Probeklausur

## Gauß, Fehlerfortpflanzung

### Aufgabe 17:

Der spezifische elektrische Widerstand  $\rho$  (auch Resistivität genannt) ist eine temperaturabhängige Materialkonstante.

Es gelten folgende Zusammenhänge:

$$R = \rho * L/A$$

$$\rho = R * A/L$$

$$A = \pi * D^2/4$$

$$[\rho] = \Omega\text{m}; [R] = \Omega; [L] = \text{m}; [D] = \text{m}$$

Die Teilmessgrößen sind:

$$U = 25 \pm 0,02 \text{ V}$$

$$I = 0,2 \pm 0,00015 \text{ A}$$

$$D = 2 \pm 0,01 \text{ mm}$$

$$L = 155 \pm 0,1 \text{ mm}$$

Nehmen Sie an, dass alle Teilmessgrößen normalverteilt und voneinander unabhängig sind. Führen Sie eine Fehlerrechnung für die Resistivität nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz nach Gauß durch!

# Probeklausur

## Gauß, Fehlerfortpflanzung; **Lösungen**

- a. Nehmen Sie an, dass alle Teilmessgrößen normalverteilt und voneinander unabhängig sind. Führen Sie eine Fehlerrechnung für die Resistivität nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz nach Gauß durch!

$$\rho = (2,534 \mp 0,026) * 10^{-3} \Omega m$$

- b. Wie wahrscheinlich ist es, dass - auf Basis der berechneten Größen aus Teilaufgabe a) – bei einer erneuten Messung unter den gleichen Voraussetzungen eine Resistivität von  $\rho < 2,5 * 10^{-3} \Omega m$  ermittelt wird.

$$P\left(\frac{\rho - E(\rho)}{\sigma_\rho} < \frac{2,5 - 2,534}{0,026}\right) \approx P(z \leq -1,31) = 1 - P(z \leq 1,31) \approx 1 - 0,905 = 0,095 \\ = 9,5\%$$

# Probeklausur

## Gauß, Fehlerfortpflanzung

~ .

- c. R, D und L sind abhängig von der Temperatur. Es kann nicht ausgeschlossen werden, dass die Temperatur beträchtliche Schwankungen während der Messung aufweist. Dies soll daher in der Fehlerfortpflanzungsberechnung für die Resistivität berücksichtigt werden.

Für die gegenseitigen Abhängigkeiten der Messvariablen werden angenommen:

$$\text{Korr}(\sigma_L, \sigma_D) = 0,8; \text{Korr}(\sigma_R, \sigma_D) = 0; \text{Korr}(\sigma_L, \sigma_R) = 0.$$

Führen Sie mit den neuen Annahmen erneut eine Fehlerrechnung für die Resistivität nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz nach Gauß durch!

$$\rho = (2,534 \mp 0,258) * 10^{-3} \Omega m$$

# Probeklausur

## Bernoulli

# Physikalische Grundlagen (I)

## Energiegleichung und Durchfluss

Energie der Lage:

$$m * g * h$$

Druckenergie:

$$m * \frac{p}{\rho}$$

Kinetische Energie:

$$m * \frac{v^2}{2}$$

Größe	Beschreibung	Einheit
$m$	Masse	kg
$g$	Fallgeschwindigkeit	$m/s^2$
$h$	Höhe	m
$p$	Statischer Druck	Pa
$\rho$	Dichte	$kg/m^3$
$v$	Fließgeschwindigkeit	m/s

# Physikalische Grundlagen (II)

## Energiegleichung und Durchfluss

$$\frac{1}{2} c_1^2 + g z_1 + \frac{1}{\rho_1} p_1 = \frac{1}{2} c_2^2 + g z_2 + \frac{1}{\rho_2} p_2$$

mit:  $z_1 = z_2$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_{\text{öl}}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho_{\text{öl}}} = \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2)$$

Druckdifferenz aus Hydrostatik:

$$p_1 - p_2 = \rho_{MF} g \Delta_{MF}$$

Kontinuitätsgleichung:

$$\rho_{\text{öl}} c_1 A_1 = \rho_{\text{öl}} c_2 A_2$$

$$c_1 A_1 = c_2 A_2$$

$$c_2 = c_1 \frac{A_1}{A_2} = c_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

Quadriert:  $c_2^2 = c_1^2 \frac{d_1^4}{d_2^4}$

Einsetzen in Bernoulli:

$$\frac{\rho_{MF} g \Delta_{MF}}{\rho_{\text{öl}}} = \frac{1}{2} \left( c_1^2 \frac{d_1^4}{d_2^4} - c_1^2 \right)$$

$$\frac{\rho_{MF} g \Delta_{MF}}{\rho_{\text{öl}}} = \frac{c_1^2}{2} \left( \frac{d_1^4}{d_2^4} - 1 \right)$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{2 \rho_{MF} g \Delta_{MF}}{\rho_{\text{öl}} \left( \frac{d_1^4}{d_2^4} - 1 \right)}}$$

$$\dot{V} = c_1 \pi \frac{d_1^2}{4}$$

# Übung

## Volumenstrommessung mit dem Wirkdruckverfahren

### Aufgabenstellung

- In einem Prüfstand für die Beheizung von Blasfolienextrudern wird der Volumenstrom  $\dot{V}$  eines Wärmeträgerfluides (Thermoöl) mit einer Messblende bestimmt. Dazu wird die statische Druckdifferenz zwischen den beiden Querschnitten über ein U-Rohr ermittelt. Es kann von einer verlustfreien Strömung ausgegangen werden.
- Gegeben:
  - $d_1 = 0,15 \text{ m}$
  - $d_2 = 0,1 \text{ m}$
  - $\Delta_{xMF} = 5 \text{ mm}$
  - $\rho_{\text{öl}} = 844 \text{ kg/m}^3$
  - $\rho_{MF} = 12000 \text{ kg/m}^3$



# Übung

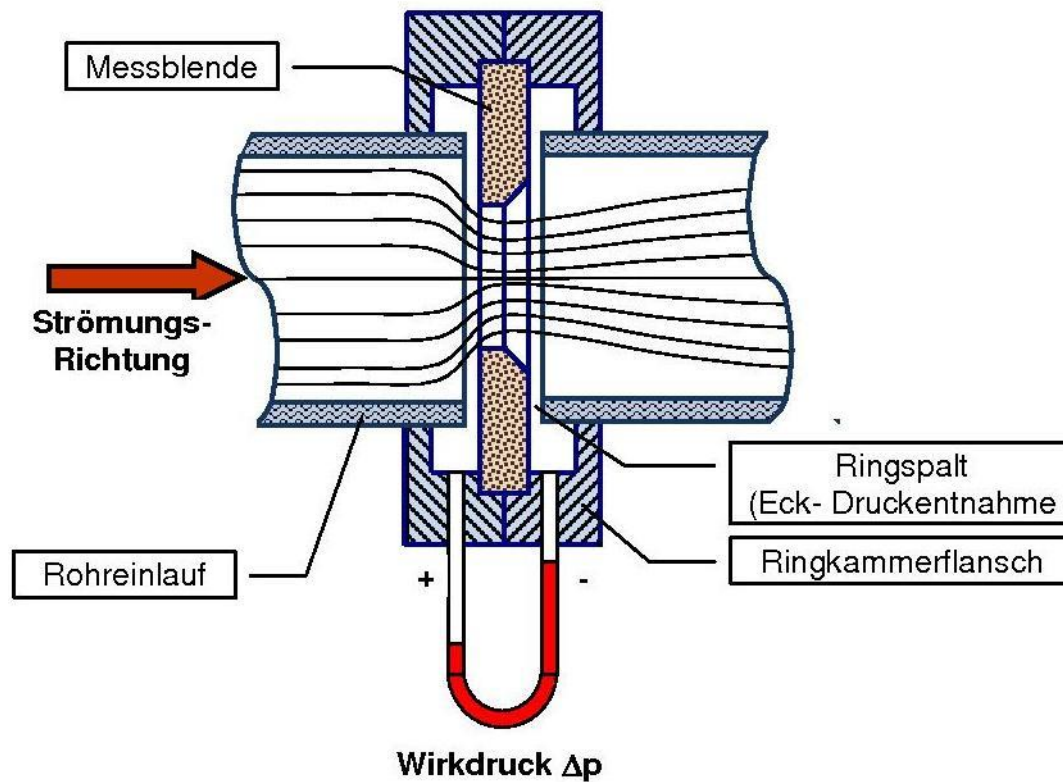
## Volumenstrommessung mit dem Wirkdruckverfahren

- **Aufgaben**
- 1. Zeichnen Sie das beschriebene Messverfahren schematisch auf und kennzeichnen Sie die Druckdifferenz qualitativ in dem installierten U-Rohr.
- 2. Berechnen Sie den Volumenstrom  $\dot{V}$  für oben gegebene Randbedingungen über Herleitung und Verwendung der Bernoulli-Gleichung.

# Übung

## Volumenstrommessung mit dem Wirkdruckverfahren

- Lösung Aufgabe 1



# Übung

## Volumenstrommessung mit dem Wirkdruckverfahren

- Lösung Aufgabe 2

$$\frac{1}{2}c_1^2 + gz_1 + \frac{1}{\rho_1}p_1 = \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 + \frac{1}{\rho_2}p_2$$

Mit

$$\begin{aligned}z_1 &= z_2 \\ \rho_1 &= \rho_2 = \rho_{\text{öl}} \\ \frac{p_1 - p_2}{\rho_{\text{öl}}} &= \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2)\end{aligned}$$

Druckdifferenz aus Hydrostatik:

$$p_1 - p_2 = \rho_{MF}g\Delta_{MF}$$

Kontinuitätsgleichung:

$$\begin{aligned}\rho_{\text{öl}}c_1A_1 &= \rho_{\text{öl}}c_2A_2 \\ c_1A_1 &= c_2A_2 \\ c_2 &= c_1 \frac{A_1}{A_2} = c_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}\end{aligned}$$

Quadriert:

$$c_2^2 = c_1^2 \frac{d_1^4}{d_2^4}$$

Einsetzen in Bernoulli:

$$\begin{aligned}\frac{\rho_{MF}g\Delta_{MF}}{\rho_{\text{öl}}} &= \frac{1}{2}\left(c_1^2 \frac{d_1^4}{d_2^4} - c_1^2\right) \\ \frac{\rho_{MF}g\Delta_{MF}}{\rho_{\text{öl}}} &= \frac{c_1^2}{2}\left(\frac{d_1^4}{d_2^4} - 1\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_1 &= \sqrt{\frac{2\rho_{MF}g\Delta_{MF}}{\rho_{\text{öl}}\left(\frac{d_1^4}{d_2^4} - 1\right)}} \\ \dot{V} &= c_1\pi \frac{d_1^2}{4}\end{aligned}$$

# Übung

## Volumenstrommessung mit dem Wirkdruckverfahren

- Lösung Aufgabe 2

$$c_1 = \sqrt{\frac{2 * 12000 \frac{kg}{m^3} * 9,81 m/s^2 * 0,005 m}{844 kg/m^3 \left( \frac{0,15_1^4}{0,1_2^4} - 1 \right)}}$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{1177,2 \frac{kg}{ms^2}}{3428,75 \frac{kg}{m^3}}}$$

$$c_1 = 0,582 m/s$$

$$\dot{V} = 0,582 \frac{m}{s} * \pi * \frac{0,15_1^2}{4}$$

$$\dot{V} = 0,01035 m^3/s$$