

Aufgabe 1

Lineare Funktion von Messgrößen

- Ein **Bauteil** wird geometrisch vermessen.
 - Messgrößen sind die Länge X_1 und Breite X_2 des Bauteils.
 - X_1 und X_2 sind normalverteilt und voneinander unabhängig.
 - Für die Grundgesamtheit der gegebenen Messgrößen des Bauteiltyps wird angenommen:
 - $\mu_1 = 10 \text{ cm}$
 - $\mu_2 = 3 \text{ cm}$
 - $\sigma_1 = 0,3 \text{ cm}$
 - $\sigma_2 = 0,1 \text{ cm}$
- a. Berechnen Sie den Erwartungswert der indirekten Messgröße Bauteil-Umfang $y = 2X_1 + 2X_2$ und führen Sie eine Fehlerrechnung nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz nach Gauß durch!
- $$Y = 26 \text{ cm} \mp 0,6326 \text{ cm}$$
- b. Wenn über die Unabhängigkeit von X_1 und X_2 keine Aussage zu treffen ist, was gilt dann für die zu erwartende Messabweichung?
- $$Y = 26 \text{ cm} \mp 0,8 \text{ cm}$$
- c. Bestimmen Sie Mittelwert und Standardabweichung von Y unter der Bedingung, dass für das Bauteil $\text{Corr}(X_1 X_2) = 0,6$ gilt.
- $$Y = 26 \text{ cm} \mp 0,7376 \text{ cm}$$

Aufgabe 1

Lineare Funktion von Messgrößen

- d. Bestimmen Sie - auf Basis der in Aufgabe 1.a ermittelten Größen für Mittelwert und Standardabweichung – die Wahrscheinlichkeit, dass ein zu vermessendes Bauteil einen Umfang von 28 cm übersteigt.

$$P\left(\frac{Y - E(Y)}{\sigma_Y} > \frac{28\text{cm} - 26\text{cm}}{0,6325\text{cm}}\right) \approx P(z > 3,16) = 1 - P(z \leq 3,16) \approx 1 - 0,9992 = 0,0008 \\ = 0,08\%$$

Aufgabe 1

Lineare Funktion von Messgrößen

- e. Bestimmen Sie Mittelwert und Standardabweichung von Y unter der Bedingung, dass für das Bauteil $Corr(X_1X_2) = -1$ gilt.

$$Y = 26 \text{ cm} \mp 0,4 \text{ cm}$$

- f. 5 Bauteile werden entnommen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass für diese Stichprobe das ermittelte arithmetische Mittel des Umfangs $\bar{Y} > 27 \text{ cm}$ ist?

Es gilt für den Standardfehler des Mittelwerts $\sigma_{\bar{x}}$:

$$\sigma_{\bar{Y}} = \bar{Y} - \mu = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{n}} = \frac{0,6326}{\sqrt{5}} = 0,2829 \text{ cm}$$

Es folgt nach dem zentralen Grenzwerttheorem:

$$P\left(\frac{\bar{Y} - E(Y)}{\frac{\sigma_Y}{\sqrt{n}}} > \frac{27 \text{ cm} - 26 \text{ cm}}{0,2829 \text{ cm}}\right) \\ \approx P(z > 3,53) = 1 - P(z \leq 3,53) \approx 0,0002 = 0,02\%$$

Aufgabe 2

Nicht-Lineare Funktion von Messgrößen

- Für die Elektrische Leistung P in einem Stromkreis gilt $P = U * I$ mit $U = R * I$.
- Annahme 1: Alle Messgrößen sind voneinander unabhängig.
- Annahme 2: Der Widerstand R ist konstant mit $R = 40 \Omega$.
- Für die Stromstärke gilt:
 - $\mu_I = 10 A$
 - $\sigma_I = 0,05 A$

Berechnen Sie den Erwartungswert der Leistung P und führen Sie eine Fehlerrechnung nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz nach Gauß durch!

$$P = 4000W \mp 40W$$

Aufgabe 3

- In einem Stromkreis sind zwei Widerstände parallel geschaltet.
- Für die beiden Widerstände R_1 und R_2 gilt:
 - $\mu_1 = 25 \Omega$
 - $\mu_2 = 100 \Omega$
 - $V(R_1) = 1 \Omega$
 - $V(R_2) = 2 \Omega$

- Für den Gesamtwiderstand R des Stromkreises gilt:

$$R = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$$

Berechnen Sie den Gesamtwiderstand R und führen Sie eine Fehlerrechnung nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz nach Gauß durch!

$$R \approx 20\Omega \mp 0,6425\Omega$$