Rechenaufgaben (26 P)

Aufgabe 13: Fehlerrechnung (14 P)

Gegeben ist ein Prozess, bei dem eine bestimmte Wärmeleistung von einem Verbraucher über einen Wärmeübertrager abgenommen wird.

Es gelten folgende Bedingungen:

- Massenströmung (magnetisch induktiv gemessen) von 0,767 kg/s.
- Medium: Wasser
- Die Temperaturen vor und nach dem Wärmeübertrager sind: υ_1=304 K und υ_2=327 K.
- Spezifische Wärmekapazität von Wasser bei konstantem Druck:

Temperatur in °C	c(p) in kJ/kg/K
10	4,192
20	4,182
30	4,179
40	4,179
50	4,181

a) Berechnen Sie zunächst die Wärmeleistung. (2P)

Lösung:

$$\dot{Q}(\dot{m}, c_p, \upsilon_1, \upsilon_2) = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T = \dot{m} \cdot c_p \cdot (\upsilon_2 - \upsilon_1) = 0{,}767 * 4{,}179 * 23 * kJ/s = 73{,}72 kW$$

c(p) ≈4,179 kJ/kg*K

b) Treffen Sie Annahmen zur Unabhängigkeit und statistischen Verteilung der Messgrößen und begründen Sie diese kurz (1,5P).

Alle Messgrößen werden als normalverteilt angenommen, da keine anderen Angaben vorliegen.

Die Messgrößen werden als voneinander unabhängig angenommen, da Massenstrom und Temperaturen in Vor- und Rücklauf separat mit unterschiedlichen Messverfahren/-geräten gemessen werden. Für eine gute Kalibrierung ist gesorgt.

c) Führen Sie eine Fehlerrechnung für die Wärmeleistung nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz nach Gauß durch. (10,5P)

Bezeichnung/Art des Sensors	Vom Hersteller angegebene Abweichung
MID 50P15	±0,4% v.M.
Coriolis-Messgerät	±0,1% v.M.
Hitzdrahtanemometer	±1,5% bzw. ±0,3% v.M.
Platin-Widerstandsthemometer	Klasse A *

*Für ein Widerstandsthermometer Klasse A gilt nachfolgende Messabweichung: $\Delta\vartheta = 0{,}15K + 0{,}002\,|\vartheta - \vartheta_0|\; mit\, \vartheta_0 = 273{,}15K$

Lösung:

$$\sigma_{\dot{Q}} = \sqrt{(\sigma_{\dot{m}} \frac{\partial \dot{Q}}{\partial \dot{m}})^2 + (\sigma_{\upsilon_1} \frac{\partial \dot{Q}}{\partial \upsilon_1})^2 + (\sigma_{\upsilon_2} \frac{\partial \dot{Q}}{\partial \upsilon_2})^2}$$

Formel 1: Messunsicherheit der Wärmeleistung

Die Ableitungen lauten:

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial \dot{m}} = c_p \cdot (\upsilon_2 - \upsilon_1)$$

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial \upsilon_1} = -\dot{m} \cdot c_p$$

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial \upsilon_2} = \dot{m} \cdot c_p$$

$$\sigma_{\dot{m}} = 0{,}4\% \cdot 0{,}767 \,{}^{kg}\!/_{s} = 0{,}003068 \,{}^{kg}\!/_{s}$$

$$\sigma_{\upsilon_1} = 0{,}15K + 0{,}002\,|304K - 273{,}15K| = 0{,}2117K$$

$$\sigma_{\upsilon_2} = 0{,}15K + 0{,}002\,|327K - 273{,}15K| = 0{,}2577K$$

Für die Messunsicherheit in diesem Beispiel ergibt sich damit:

$$\sigma_{\dot{Q}} = \sqrt{(\sigma_{\dot{m}} \cdot c_p \cdot (\upsilon_2 - \upsilon_1))^2 + (\sigma_{\upsilon_1} \cdot (-\dot{m} \cdot c_p))^2 + (\sigma_{\upsilon_2} \cdot \dot{m} \cdot c_p)^2}$$

$$= \sqrt{\begin{aligned}&(0{,}0031 \,{}^{kg}\!/_{s} \cdot 4{,}179 \,{}^{kJ}\!/_{kgK} \cdot 23K)^2 + (0{,}2117K \cdot 0{,}767 \,{}^{kg}\!/_{s} \cdot 4{,}179 \,{}^{kJ}\!/_{kgK})^2 \\ &+ (0{,}2577K \cdot 0{,}767 \,{}^{kg}\!/_{s} \cdot 4{,}179 \,{}^{kJ}\!/_{kgK})^2\end{aligned}}$$

= 1,1089 kW

$$\underline{\dot{Q} = 73{,}72\text{ kW } \pm 1{,}11\text{ kW}}$$