

## Aufgabe 1: Druckluft

Nennen Sie 4 mögliche Potenziale zur Effizienzsteigerung bei Druckluftsystemen.

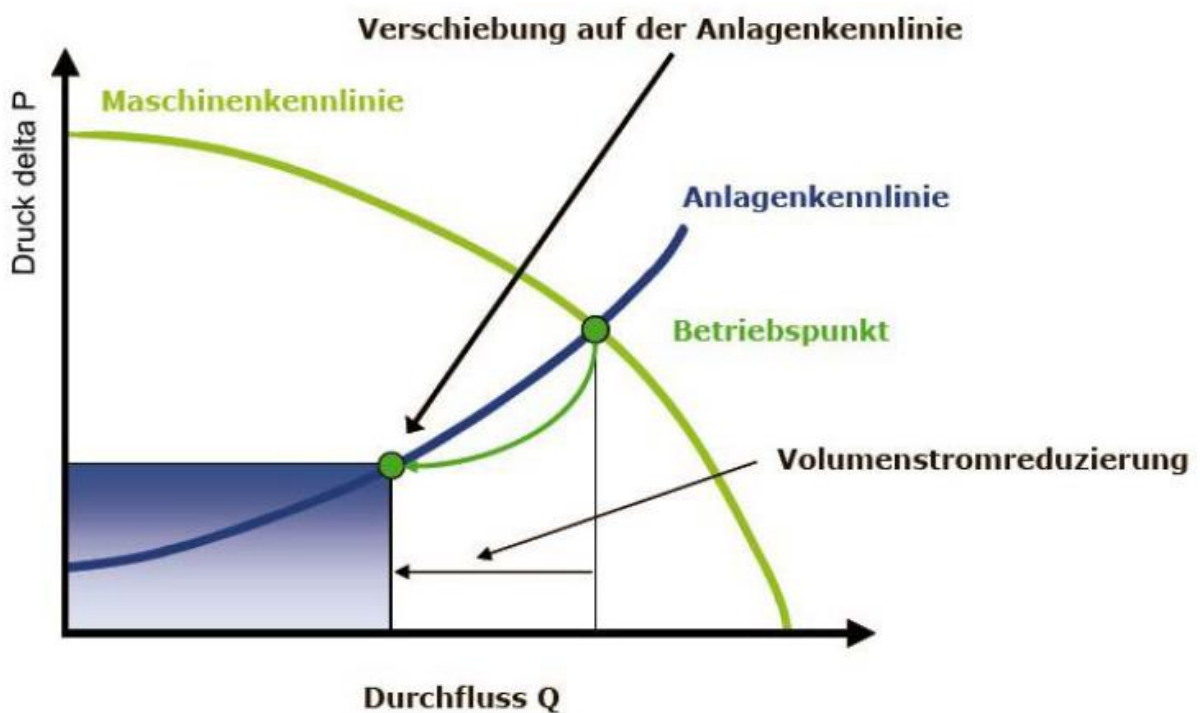
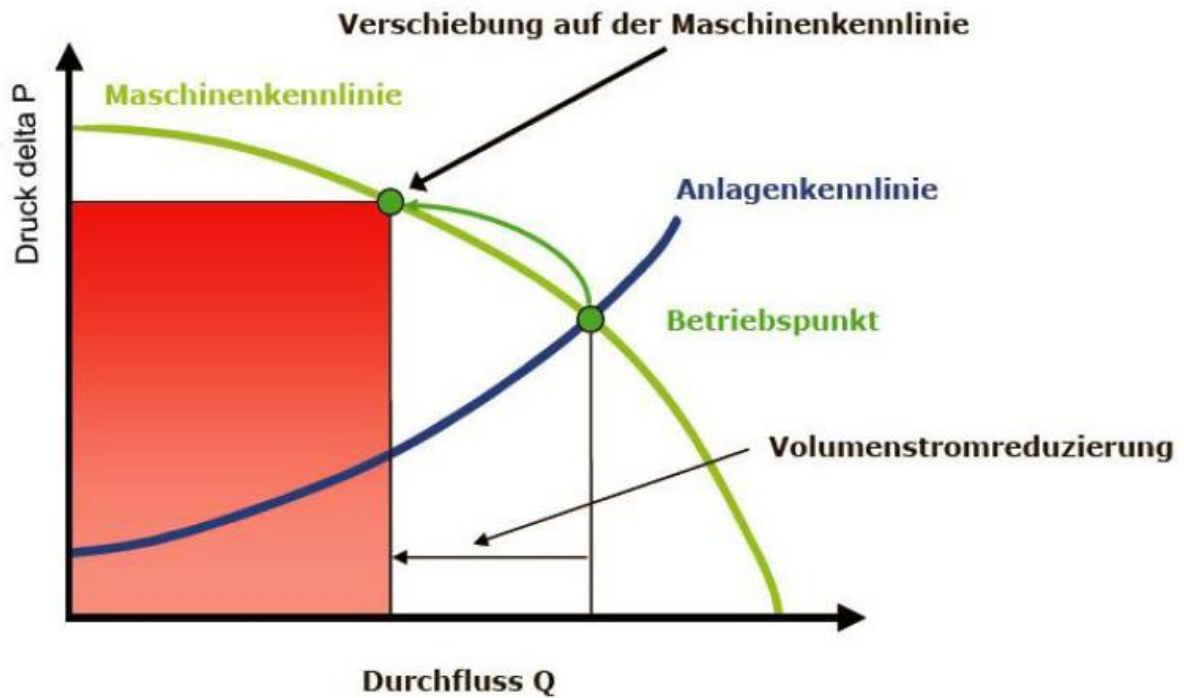
- Vermeiden von Leckagen
- Fehldimensionierung des Netztes beheben
- Vermeiden von unnötigen Aufwendungen zur Druckluftaufbereitung (Reinheit, Feuchte)
- Wärmerückgewinnung
- Einsatz von Nachverdichtern
- Einsatz hocheffizienter Motoren
- Anpassung der Regelung

## Aufgabe 2: Luftführung in Fabrikhallen

Ventilatoren werden in Industriebetrieben eingesetzt, um Luft und andere Gase zu fördern, z. B. zur Klimatisierung von Produktionsgebäuden.

Um den Volumenstrom im Teillastbetrieb zu regeln, gibt es in der Praxis verschiedene Möglichkeiten. Bitte erläutern Sie die Volumenstromregelung mittels Frequenzumrichter und Drosselklappe grafisch mithilfe der Anlagen- und Maschinen- bzw. Ventilator Kennlinien.

- a) Zeichnen Sie beide Kennlinien in die Diagramme ein und beschriften Sie diese!
- b) Der Durchfluss wird reduziert. Markieren Sie zwei Punkte auf Anlagen- bzw. Maschinenkennlinie, die dies für die jeweilige Regelungsart repräsentieren!



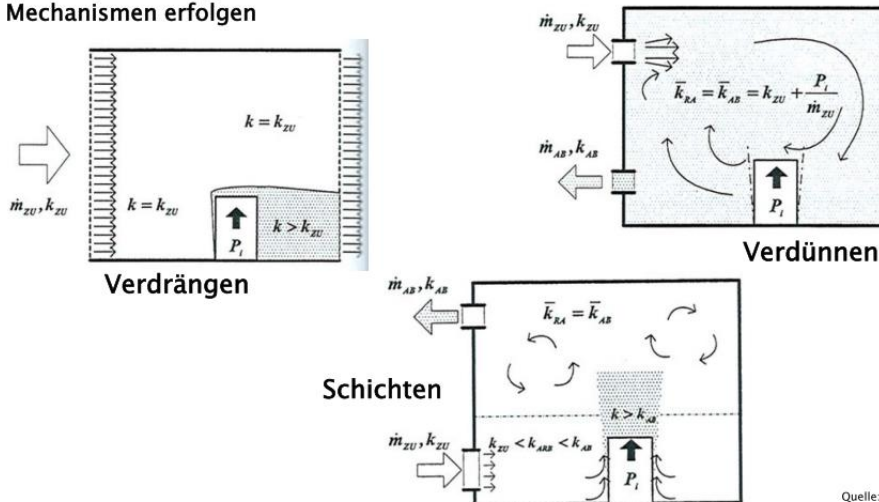
- c) Wie lässt sich die Leistung aus den im Diagramm gegebenen Größen berechnen. Stellen Sie die mechanische Leistung grafisch in beiden Schaubildern für den Teil- und Volllastbetrieb von Aufgabenteil b) dar.

Durchfluss mal Druckdifferenz. Fläche eintragen.

- d) Über welche drei Luftführungsmechanismen können Wärme- und Stofflasten aus Fabrikhallen abgeführt werden? Welcher ist am Energieeffizientesten?

### Schichten

Grundsätzlich kann eine Abfuhr von Wärme- und Stofflasten über drei Mechanismen erfolgen



Quelle: Dittes (2004)

### Aufgabe 3: Aufstellen von Bilanzgleichungen

- a) Erklären Sie die wesentlichen Unterschiede zwischen den thermodynamischen Systemen „adiabat“, „geschlossen“ und „offen“.

**Adiabat:** kein Wärmeaustausch

**Geschlossen:** keine Masseaustausch

**Offe:** Wärme- und Masseaustausch

Stellen Sie Differenzialgleichungen für die zeitliche Änderung der Temperatur für folgende Sachverhalte auf.

Hinweis: Definieren Sie dabei die zu- bzw. abgeführten Wärmeströme so weit wie möglich.

- b) Ein erwärmtes Bauteil (homogene Temperaturverteilung) kühlt sich unter dem Einfluss der umströmenden Luft in Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  ab. Strahlung ist zu vernachlässigen.

$$m \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_{konv}$$

$$\dot{Q}_{konv} = \alpha \cdot A \cdot \Delta T$$

- c) Eine Produktionshalle mit angeschlossener raumluftechnischer Anlage  $\dot{Q}_{RLT}$  (konstanter Luftwechsel) mit eingeschalteten Produktionsmaschinen  $\dot{Q}_{Maschine}$  (als innere Lasten). Die Außenwände des Gebäudes haben Wärmeverluste durch Strahlung  $\dot{Q}_{Str}$  und Transmission  $\dot{Q}_{Trans}$  über die Fläche  $A$  mit dem Wärmedurchgangskoeffizienten  $U$  (freischwebender Raum).

$$m \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = \pm \dot{Q}_{Maschine} \pm \dot{Q}_{RLT} \pm \dot{Q}_{Trans} \pm \dot{Q}_{Strahlung}$$

$$\dot{Q}_{Trans} = U \cdot A \cdot \Delta T$$

$$\dot{Q}_{Strahlung} = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

- d) Für welche der aufgestellten Gleichungen ist eine analytische Lösung der zeitlichen Temperaturänderung möglich? Und warum?

Für die Gleichung aus b), da kein  $T^4$ .

## Aufgabe 4: Abkühldauer von Bauteilen

Ein Produkt mit den Kenndaten

- $m = 12 \text{ kg}$
- $A_0 = 2,444 \text{ m}^2$
- $c_p = 1,68 \text{ kJ/kgK}$
- $\alpha = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$

und der Anfangstemperatur  $T_{start} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$  soll nach Verlassen einer Maschine verpackt werden. Die Umgebungstemperatur entspricht  $20^\circ\text{C}$ . Strahlungsverluste sind zu vernachlässigen.

a) Berechnen Sie die Bauteiltemperatur nach 5 Minuten sowie die abgegebene Wärmemenge!

Aufstellen der Differentialgleichung

nach dem 1. Satz der Thermodynamik für die vorliegende Energiebilanz um das Bauteil:

$$0 - \alpha \cdot A \cdot (T_{Baut.} - T_{amb}) = m \cdot c_p \cdot \dot{T}_{Baut.}$$
$$\Rightarrow \dot{T}_{Baut.} + \frac{\alpha \cdot A}{m \cdot c_p} \cdot T_{Baut.} = \frac{\alpha \cdot A}{m \cdot c_p} \cdot T_{amb}$$

Substitution :  $c = \frac{\alpha \cdot A}{m \cdot c_p}$

Papula (S. 270 ff.) :  $\dot{T} + c \cdot T = c \cdot T_{amb}$

Gewöhnliche,  
inhomogene  
DGL  
1. Ordnung

Trennung der Variablen:

1. homogene DGL:

$$T' + c \cdot T = 0$$

$$\frac{dT}{dt} + c \cdot T = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dt} = -c \cdot T$$

$$\int \frac{1}{T} dT = \int -c dt$$

$$\ln|T| = -c \cdot t + C$$

$$\Rightarrow T = K \cdot e^{-c \cdot t}$$

Allg. Lösung der  
homogenen DGL

Variation der Konstanten:

2. inhomogene DGL:

$$T = K(t) \cdot e^{-c \cdot t}$$

$$T' = K'(t) \cdot e^{-c \cdot t} + K(t) \cdot (-c) \cdot e^{-c \cdot t}$$

einsetzen in DGL:

$$K'(t) \cdot e^{-ct} + K(t) \cdot (-c) \cdot e^{-ct} + c \cdot K(t) \cdot e^{-ct} = c \cdot T_{amb}$$

$$K'(t) \cdot e^{-ct} = c \cdot T_{amb}$$

es folgt:

$$K'(t) = c \cdot T_{amb} \cdot e^{ct}$$

$$K(t) = \int K'(t) dt$$

$$K(t) = T_{amb} \cdot e^{ct} + C$$

Lösung:

$$T = K(t) \cdot e^{-ct}$$

$$T = (T_{amb} \cdot e^{ct} + C) \cdot e^{-ct}$$

$$T = T_{amb} + C \cdot e^{-ct}$$

Allg. Lösung der  
inhomogenen DGL

$$AB: T(t=0) = 333,15 K = 293,15 K + C$$

$$\Rightarrow C = 40 K$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{Bauteil} = T_{amb} + 40 \cdot e^{-\frac{\alpha \cdot A}{m \cdot c_p} t}}$$

Spez. Lösung der  
inhomogenen DGL

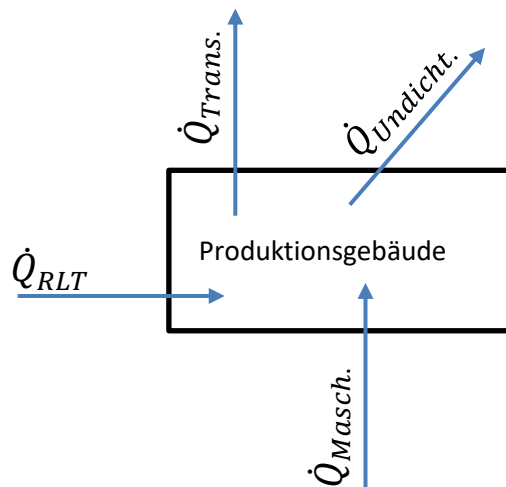
$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = 245 kJ$$

$$T(t=300s) = 320,95 K = 47,8^\circ C$$

## Aufgabe 5: Energiebilanz Gebäudehülle und Lüftungstechnik

Ein Gebäude (umgeben von Außenluft, kein Bodenkontakt, frei schwebend) hat eine Größe von  $15\text{ m} \cdot 20\text{ m} \cdot 8\text{ m}$  (Länge x Breite x Höhe). Der U-Wert der Außenwände beträgt  $0,75\text{ W/m}^2\text{K}$ . Es gibt keine Fenster. Die Luftwechselrate durch offene Türen sowie Undichtigkeiten im Gebäude beträgt  $n=2/h$ , die Hallentemperatur wird auf konstant  $22\text{ °C}$  eingeregelt. (Dichte Luft  $\rho_L = 1,2\text{ kg/m}^3$ ,  $c_{p,L} = 1004\text{ J/kg K}$ ). Durch Maschinenabwärme in der Halle beträgt die innere Last  $10\text{ kW}$ .

- a) Die in Kassel jemals höchste gemessene Außenlufttemperatur beträgt  $36,7\text{ °C}$  (am 12. August 2003). Berechnen Sie die Kühllast sowie die notwendige elektrische Leistung der Kompressionskälteanlage ( $\text{COP} = 4$ ) um die Halle an diesem Tag zu kühlen.



$$\underline{\underline{0 = \dot{Q}_{RLT} + \dot{Q}_{Masch.} - \dot{Q}_{Trans.} - \dot{Q}_{Undicht.}}}$$

*Auflösen der Energiebilanz nach  $\dot{Q}_{RLT}$  liefert*

$$\begin{aligned} -\dot{Q}_{RLT} &= \dot{Q}_{Masch.} - \dot{Q}_{Trans.} - \dot{Q}_{Undicht.} \\ &= 10\text{ kW} - U \cdot A_{Halle} \cdot \Delta T - \dot{V} \cdot \rho_L \cdot c_{p,L} \cdot \Delta T \end{aligned}$$

*mit  $\Delta T = T_{Halle} - T_{Außen} = 295,15\text{ K} - 309,85 = -14,7\text{ K}$*

*und  $A_{Halle} = 15\text{ m} \cdot 8\text{ m} \cdot 2 + 20\text{ m} \cdot 8\text{ m} \cdot 2 + 20\text{ m} \cdot 15\text{ m} \cdot 2 = 1160\text{ m}^2$*

und  $\dot{V} = V_{Halle} \cdot n$  mit  $V_{Halle} = 15 \text{ m} \cdot 20 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 2400 \text{ m}^3$ ,  $n = 2/h$

$$\begin{aligned} \text{folgt } \dot{V} &= 2400 \text{ m}^3 \cdot \frac{2}{h} = 4800 \frac{\text{m}^3}{h} \\ &= 4800 \frac{\text{m}^3}{h} \cdot \frac{1}{3600 \frac{s}{h}} \\ &= 1,33 \frac{\text{m}^3}{s} \end{aligned}$$

und durch einsetzen der Werte in

$$-\dot{Q}_{RLT} = 10 \text{ kW} - U \cdot A_{Halle} \cdot \Delta T - \dot{V} \cdot \rho_L \cdot c_{p,L} \cdot \Delta T$$

folgt

$$\begin{aligned} -\dot{Q}_{RLT} &= 10 \text{ kW} - 0,75 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \cdot 1160 \text{ m}^2 \cdot (-14,7 \text{ K}) - 1,33 \frac{\text{m}^3}{s} \cdot 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1004 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \\ &\quad \cdot (-14,7 \text{ K}) \\ &= 10.000 \text{ W} + 12.789 \text{ W} + 23.555 \text{ W} \\ &= 46.344 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\dot{Q}_{RLT} = -46.344 \text{ W}$$

Die benötigte elektrische Energie für die Kompressionskälteanlage:

$$\begin{aligned} E_{el.} &= |\dot{Q}_{RLT}| \cdot \frac{1}{COP} \\ &= 46.344 \text{ W} \cdot \frac{1}{4} \\ &= \underline{\underline{11.586 \text{ W}}} \end{aligned}$$

b) Bei welcher Außentemperatur muss weder geheizt noch gekühlt werden?

Mit der Energiebilanz aus a) und mit  $\dot{Q}_{RLT} = 0$

folgt  $0 = \dot{Q}_{Masch.} - \dot{Q}_{Trans.} - \dot{Q}_{Undicht.}$

$$\begin{aligned} 0 &= 10 \text{ kW} - 0,75 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \cdot 1160 \text{ m}^2 \cdot (\Delta T) - 1,33 \frac{\text{m}^3}{s} \cdot 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1004 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot (\Delta T) \\ -10 \text{ kW} &= \left( -0,75 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \cdot 1160 \text{ m}^2 - 1,33 \frac{\text{m}^3}{s} \cdot 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1004 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right) \cdot \Delta T \end{aligned}$$

mit  $\Delta T = T_{Halle} - T_{Außen} = 295,15 \text{ K} - T_{Außen}$

$$\text{folgt } -10 \text{ kW} = -2.472,4 \frac{\text{W}}{\text{K}} \cdot (295,15 \text{ K} - T_{Außen})$$



$$-10 \text{ kW} = -729.724,13 \text{ W} + 2.472,4 \frac{\text{W}}{\text{K}} \cdot T_{\text{Außen}}$$

$$\frac{719.724,13 \text{ W}}{2472,4 \frac{\text{W}}{\text{K}}} = T_{\text{Außen}}$$

$$T_{\text{Außen}} \approx 291,10 \text{ K} \approx \underline{\underline{17,95 \text{ } ^\circ\text{C}}}$$

## Aufgabe 7: Abkühldauer eines Bauteils

Ein Eisenbauteil mit der Anfangstemperatur  $T_{\text{start}} = 500 \text{ } ^\circ\text{C}$  soll nach Verlassen einer Maschine zwecks Weiterverarbeitung abgekühlt werden. Um die Zeit des Abkühlvorgangs zu verkürzen, wird das Bauteil in ein Wasserbad geführt. Da das Becken ständig durchströmt wird, beträgt die Wassertemperatur konstant  $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Strahlungsverluste sind zu vernachlässigen.

Die Kenndaten des Produkts sind wie folgt:

- $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$
- $V = 0,02 \text{ m}^3$
- $A = 2,5 \text{ m}^2$
- $c_p = 0,47 \text{ kJ/kgK}$

Medium	Strömungsart	Wärmeübergangskoeffizient in W/m <sup>2</sup> K
Luft	ruhend	10
Luft	kräftig bewegt	100
<b>Wasser</b>	<b>ruhend</b>	<b>400</b>
Wasser	erzwungene Strömung	3000

- a) Definieren Sie die Art des thermodynamischen Systems und stellen Sie ausgehend vom 1. Hauptsatz der Thermodynamik die Energiebilanz für das beschriebene Problem auf und vereinfachen Sie soweit wie möglich.

**Thermodynamisches System + Aufstellen + Vereinfachen**

- b) Ermitteln Sie die Bauteiltemperatur nach 5 Minuten. Berechnen Sie dazu die homogene und inhomogene Lösung der zuvor formulierten Differentialgleichung mit Hilfe der Verfahren „Trennung der Variablen“ und „Variation der Konstanten“ und kennzeichnen Sie die einzelnen Schritte. Vereinfachen Sie mittels der Annahme einer homogenen Temperaturverteilung innerhalb des Bauteils.

Aufstellen der Differentialgleichung:

$$E_{zu} - E_{ab} = \frac{dE_{th}}{dt} \rightarrow \text{zeitl. Änderung des therm. Energiebedarfs}$$

$$0 - \alpha \cdot A \cdot (T_{Bauteil} - T_{amb}) = m \cdot c_p \cdot \dot{T}_{Bauteil}$$

$$\Rightarrow \dot{T}_{Bauteil} + \frac{\alpha \cdot A}{m \cdot c_p} \cdot T_{Bauteil} = \frac{\alpha \cdot A}{m \cdot c_p} \cdot T_{amb}$$

Substitution:  $c = \frac{\alpha \cdot A}{m \cdot c_p}$

Papula (S. 270 ff.):  $\boxed{\dot{T} + c \cdot T = c \cdot T_{amb}}$

Trennung der Variablen:

1. homogene DGL:

$$T' + c \cdot T = 0$$

$$\frac{dT}{dt} + c \cdot T = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dt} = -c \cdot T$$

$$\int \frac{1}{T} dT = \int -c dt$$

$$\ln|T| = -c \cdot t + C$$

$$\Rightarrow T = K \cdot e^{-c \cdot t}$$

2. inhomogene DGL:

$$T = K(t) \cdot e^{-c \cdot t}$$

$$T' = K'(t) \cdot e^{-c \cdot t} + K(t) \cdot (-c) \cdot e^{-c \cdot t}$$

einsetzen in DGL:

$$K'(t) \cdot e^{-c \cdot t} + K(t) \cdot (-c) \cdot e^{-c \cdot t} + c \cdot K(t) \cdot e^{-c \cdot t} = c \cdot T_{amb}$$

$$K'(t) \cdot e^{-c \cdot t} = c \cdot T_{amb}$$

es folgt:

$$K'(t) = c \cdot T_{amb} \cdot e^{c \cdot t}$$

$$K(t) = \int K'(t) dt$$

$$K(t) = T_{amb} \cdot e^{c \cdot t} + C$$

Lösung:

$$T = K(t) \cdot e^{-c \cdot t}$$

$$T = (T_{amb} \cdot e^{c \cdot t} + C) \cdot e^{-c \cdot t}$$

$$T = T_{amb} + C \cdot e^{-c \cdot t}$$

$$C = T_{start} - T_{Umgebung} = 480^\circ C$$

$$T_{Bauteil} = 28,02^\circ C$$

c) Berechnen Sie die gesamte Wärmemenge, die das Bauteil in der Abkühlzeit an das Wasserbad abgibt. Geben Sie die Energie in kWh an.

$$\begin{aligned} Q_{\text{Bauteil}} &= m \cdot c_p \cdot (T_{\text{Bauteil}}(t = 0) - T_{\text{Bauteil}}(t = 300\text{s})) \\ &= 34605,64 \text{ kJ} = 9,61 \text{ kWh} \end{aligned}$$